



Suchbäume

Dr. Annabelle Klarl

Zentralübung zur Vorlesung

„Einführung in die Informatik: Programmierung und Softwareentwicklung“

<http://www.pst.ifi.lmu.de/Lehre/wise-16-17/infoeinf>



Action required now



1. Smartphone: installiere die App "socrative student" **oder**
Laptop: öffne im Browser b.socrative.com/login/student
2. Betrete den Raum **InfoEinf**.
3. Beantworte die erste Frage sofort!

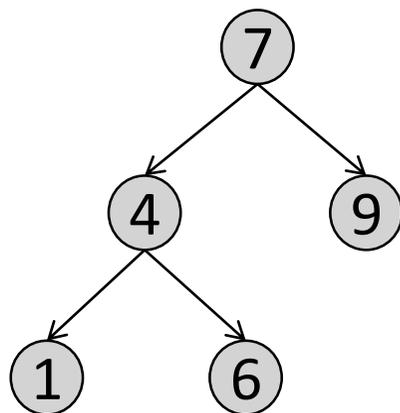


Bäume

Ein Baum besteht aus Knoten, die durch Kanten miteinander verbunden sind.

Spezialfall:

Ein Binärbaum ist ein Baum, in dem jeder Knoten max. zwei Kindknoten hat.



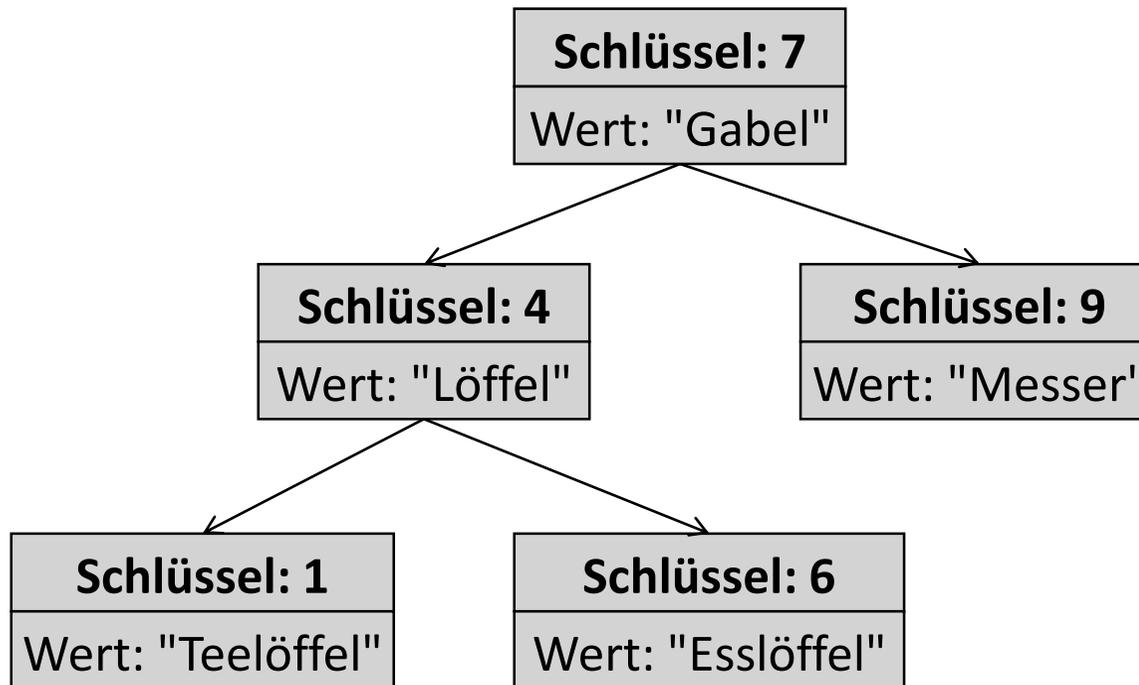
Im Vergleich zu verketteten Listen:

- verkettete Liste: max. **ein** Nachfolger
- Baum: **mehrere** Nachfolger



Datenspeicherung in Bäumen

In den Knoten eines Baumes können je nach Anwendung verschiedene Daten gespeichert werden.

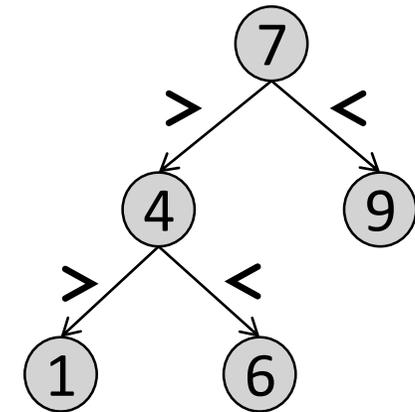




Binäre Suchbäume

Ein Binärbaum b heißt **geordnet**, wenn

- b der leere Baum ist, oder
- es gilt für alle Teilbäume t von b (auch b selbst):
Der Schlüssel der Wurzel von t ist
 - **größer** als alle Schlüssel im **linken** Teilbaum
 - **kleiner** als alle Schlüssel im **rechten** Teilbaum



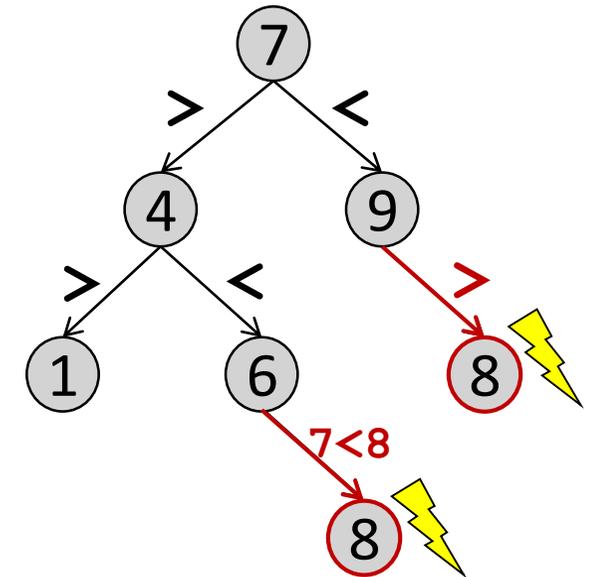
Ein geordneter Binärbaum heißt binärer Suchbaum.



Binäre Suchbäume

Ein Binärbaum b heißt **geordnet**, wenn

- b der leere Baum ist, oder
- es gilt für alle Teilbäume t von b (auch b selbst):
Der Schlüssel der Wurzel von t ist
 - **größer** als alle Schlüssel im **linken** Teilbaum
 - **kleiner** als alle Schlüssel im **rechten** Teilbaum



Wo darf die Zahl 8 im Baum eingehängt werden?

- an beiden Positionen
- an der linken, aber nicht der rechten Position
- an der rechten, aber nicht der linken Position
- an beiden Positionen nicht



Aufgabe

Das Institut für Informatik möchte für alle Büroräume abspeichern, welcher Mitarbeiter dort arbeitet.

- Die Büroräume sind durchnummeriert.
- In jedem Büroraum sitzt nur ein Mitarbeiter.

Implementieren Sie eine Datenstruktur, die das Einfügen eines neuen Eintrags als auch die Suche nach einem Eintrag möglichst schnell verarbeiten kann.



Aufgabe: zu speichernde Daten

Das Institut für Informatik möchte für alle Büroräume abspeichern, welcher Mitarbeiter dort arbeitet.

- Die Büroräume sind durchnummeriert.
- In jedem Büroraum sitzt nur ein Mitarbeiter.

D.h. wir brauchen eine Datenstruktur, die die **Zimmernummern** zusammen mit dem jeweiligen **Mitarbeiter** abspeichert.

Zimmernummer: 006

Mitarbeiter: "Klarl"



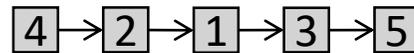
Aufgabe: Datenstrukturen (I)

Einfüge-Operation in verschiedenen Datenstrukturen: 6

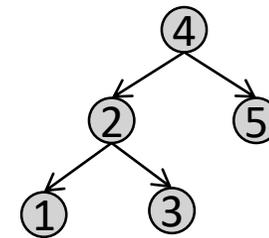
Array



verkettete Liste



binärer Suchbaum



In welcher Datenstruktur ist die Einfügeoperation am schnellsten?

- a) Array
- b) verkettete Liste
- c) binärer Suchbaum



Aufgabe: Datenstrukturen (II)

Einfüge-Operation in verschiedenen Datenstrukturen: 6

Array

4 2 1 3 5

Erzeugen eines
neuen Arrays: $O(n)$



Kopieren der
alten Werte: $O(n)$

4 2 1 3 5

4 2 1 3 5 6

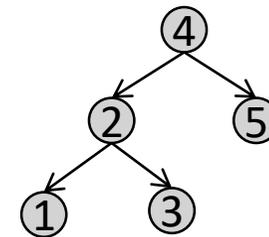
verkettete Liste

4 → 2 → 1 → 3 → 5

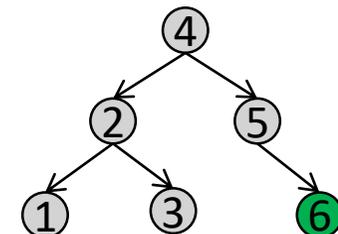
Vorne-Anhängen des
neuen Werts: $O(1)$

6 → 4 → 2 → 1 → 3 → 5

binärer Suchbaum



Richtig-Einsortieren des
neuen Werts: $O(\log n)$





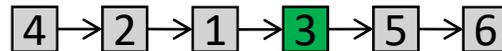
Aufgabe: Datenstrukturen (III)

Element-Zugriff in verschiedenen Datenstrukturen: **3**

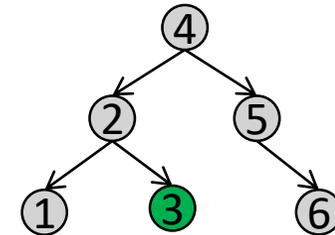
Array



verkettete Liste



binärer Suchbaum



In welcher Datenstruktur ist der Elementzugriff am schnellsten?

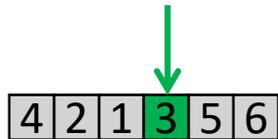
- Array
- verkettete Liste
- binärer Suchbaum



Aufgabe: Datenstrukturen (IV)

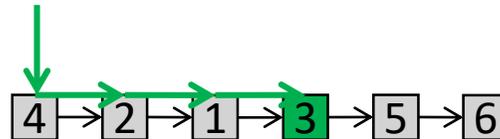
Element-Zugriff in verschiedenen Datenstrukturen: **3**

Array



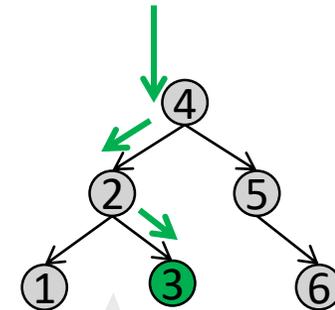
Direkter Zugriff: $O(1)$

verkettete Liste



Durchlaufen der kompletten
Liste (worst-case): $O(n)$

binärer Suchbaum

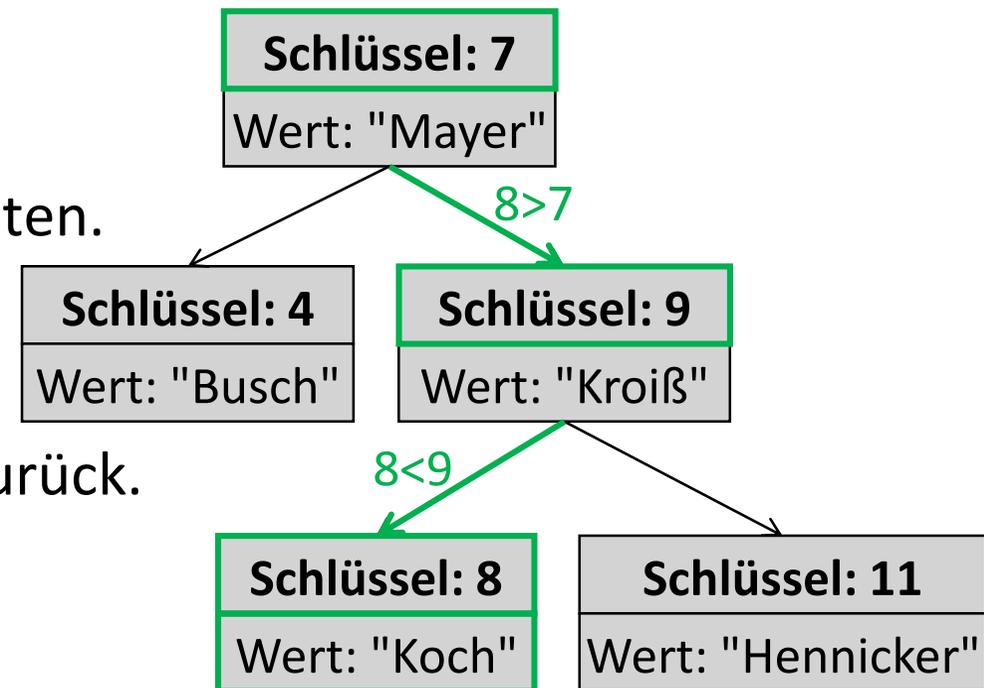


Binäre Suche im Baum
(average-case): $O(\log n)$



Suche im binären Suchbaum: Suche Zimmer 8

1. Vergleiche 8 mit dem Schlüssel der Wurzel.
2. Da $8 > 7$, gehe zum rechten Kindknoten.
3. Vergleiche 8 mit dem Schlüssel des rechten Kindknoten.
4. Da $8 < 9$, gehe zum linken Kindknoten.
5. Vergleiche 8 mit dem Schlüssel des linken (zweiten) Kindknoten.
6. Da $8 = 8$, gebe Ergebnis "Koch" zurück.

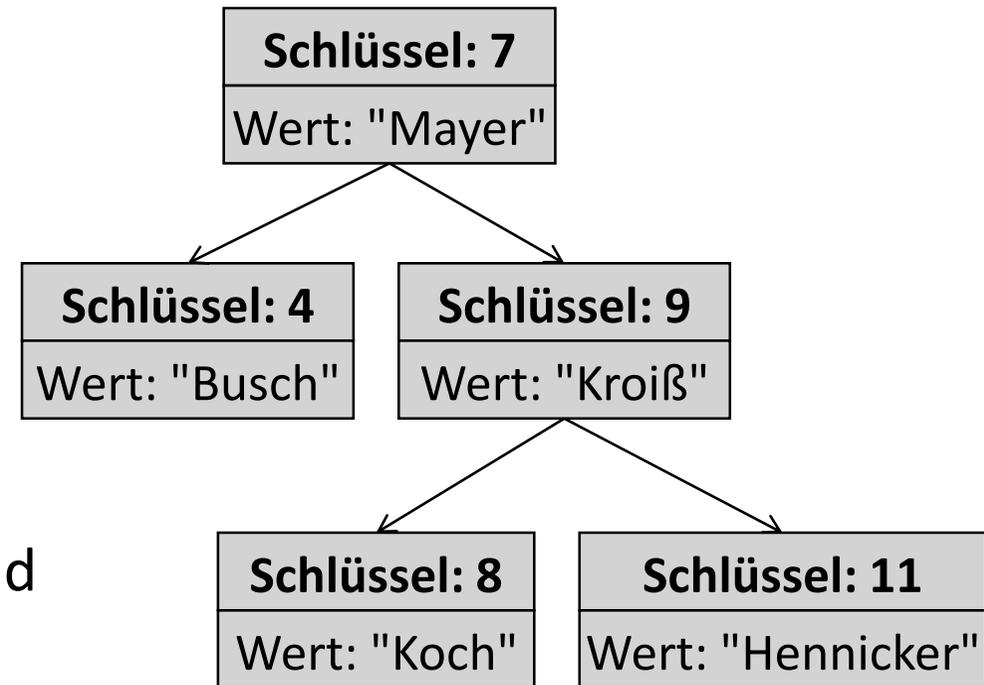




Suche im binären Suchbaum: Allgemein

Vergleiche den gesuchten Schlüssel k_{gesucht} mit dem Schlüssel k_{akt} des aktuellen Knotens

1. Falls $k_{\text{gesucht}} == k_{\text{akt}}$, gib den zugehörigen Wert aus.
2. Falls $k_{\text{gesucht}} < k_{\text{akt}}$, gehe zum linken Kindknoten und wiederhole die Suche dort.
3. Falls $k_{\text{gesucht}} > k_{\text{akt}}$, gehe zum rechten Kindknoten und wiederhole die Suche dort.





Suche im binären Suchbaum: Java (I)

```
public class Node {  
    ...  
    public Object findElement(int keyGesucht) {  
        if (keyGesucht == this.key) return this.value;  
  
        else if (keyGesucht < this.key) {  
  
            return this.left.findElement(keyGesucht);  
        }  
  
        else {  
  
            return this.right.findElement(keyGesucht);  
        }  
    }  
}
```

1. Falls $k_{\text{gesucht}} == k_{\text{akt}}$,
gib den zugehörigen Wert aus.

2. Falls $k_{\text{gesucht}} < k_{\text{akt}}$,
gehe zum linken Kindknoten
und wiederhole die Suche dort.

3. Falls $k_{\text{gesucht}} > k_{\text{akt}}$,
gehe zum rechten Kindknoten
und wiederhole die Suche dort.



Suche im binären Suchbaum: Java (I)

```
public class Node {  
    ...  
    public Object findElement(int keyGesucht)  
    {  
        if (keyGesucht == this.key) return this;  
  
        else if (keyGesucht < this.key)  
        {  
            if (this.left == null)  
  
                else  
                    return this.left.findElement(keyGesucht);  
        }  
  
        else {  
            if (this.right == null)  
  
                else  
                    return this.right.findElement(keyGesucht);  
        }  
    }  
}
```

- Was bedeutet es,
wenn `this.left == null`
oder `this.right == null` gilt?
- Dieser Fall kann bei einer Suche nie eintreten und kann missachtet werden.
 - Die Suche hat den falschen Ast des Baums durchsucht.
 - Das gesuchte Element kommt nicht im Baum vor.



Suche im binären Suchbaum: Java (I)

```
public class Node {  
    ...  
    public Object findElement(int keyGesucht) throws NoSuchElementException{  
        if (keyGesucht == this.key) return this.value;  
  
        else if (keyGesucht < this.key) {  
            if (this.left == null)  
                throw new NoSuchElementException();  
            else  
                return this.left.findElement(keyGesucht);  
        }  
  
        else {  
            if (this.right == null)  
                throw new NoSuchElementException();  
            else  
                return this.right.findElement(keyGesucht);  
        }  
    }  
}
```



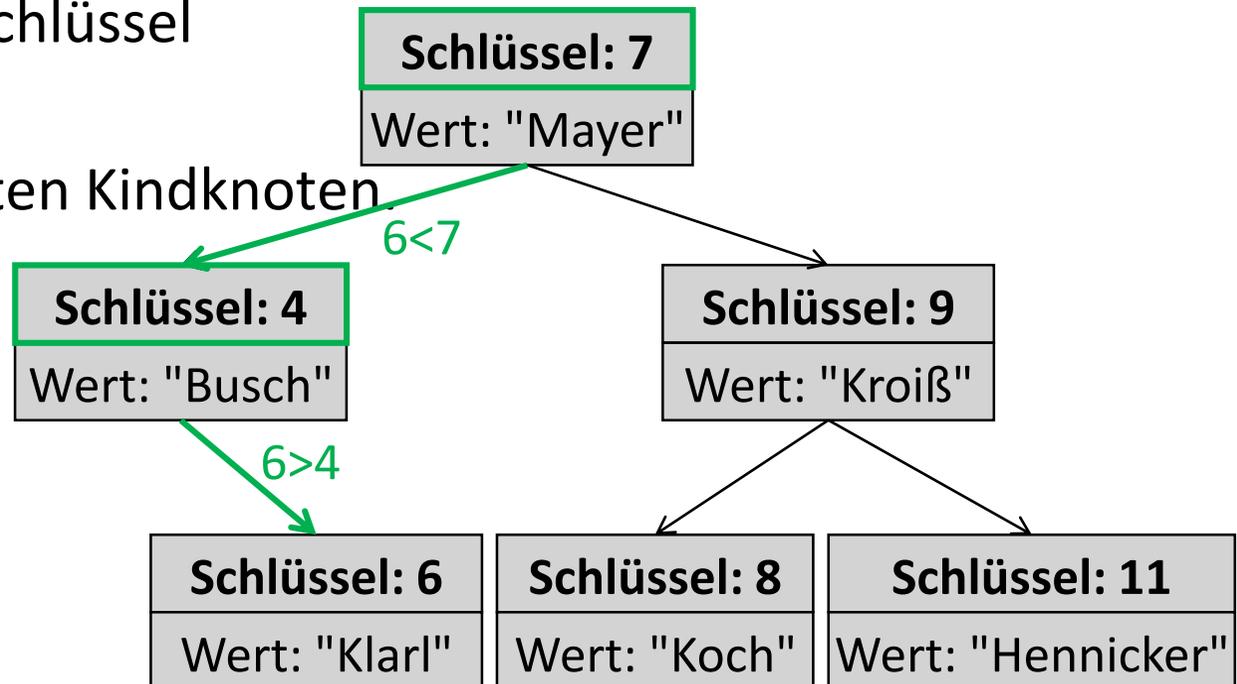
Suche im binären Suchbaum: Java (II)

```
public class BinTree {  
    ...  
    public Object findElement(int keyGesucht) {  
        if (this.root == null) throw new NoSuchElementException();  
        else return this.root.findElement(keyGesucht);  
    }  
}
```



Einfügen im binären Suchbaum: Füge Zimmer 6 ein

1. Vergleiche 6 mit dem Schlüssel der Wurzel.
2. Da $6 < 7$, gehe zum linken Kindknoten.
3. Vergleiche 6 mit dem Schlüssel des linken Kindknoten.
4. Da $6 > 4$, gehe zum rechten Kindknoten.
5. Da der rechte Kindknoten leer ist, füge einen neuen Kindknoten ein.

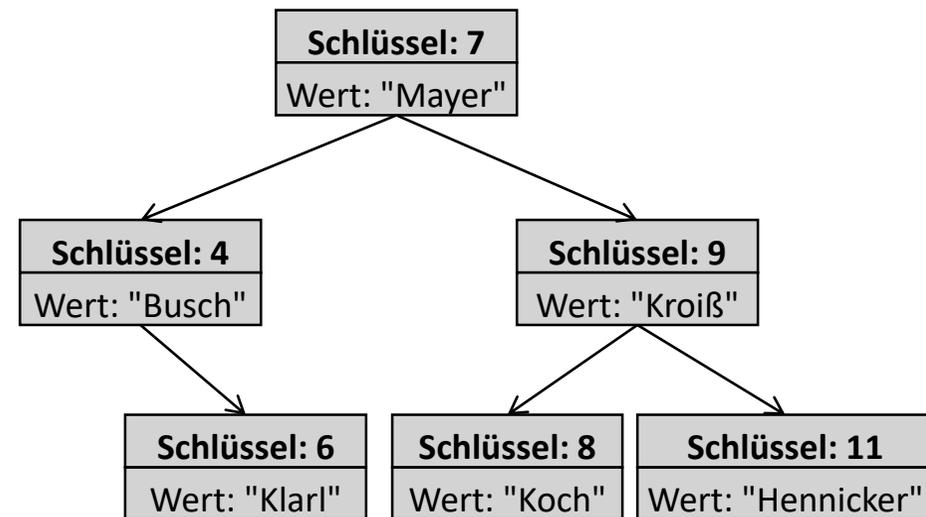




Einfügen im binären Suchbaum: Allgemein

Vergleiche den einzufügenden Schlüssel $k_{\text{einfuegen}}$ mit dem Schlüssel k_{akt}

1. Falls $k_{\text{einfuegen}} == k_{\text{akt}}$,
überschreibe den bisherigen Wert.
2. Falls $k_{\text{einfuegen}} < k_{\text{akt}}$,
gehe zum linken Kindknoten:
 - a. Falls der linke Kindknoten leer ist, füge dort einen neuen Knoten ein.
 - b. Ansonsten wiederhole die Suche dort.
3. Falls $k_{\text{einfuegen}} > k_{\text{akt}}$, gehe zum rechten Kindknoten:
 - a. Falls der rechte Kindknoten leer ist, füge dort einen neuen Knoten ein.
 - b. Ansonsten wiederhole die Suche dort.





Einfügen im binären Suchbaum: Java (I)

```
public class Node {  
    ...  
    public void insert(int keyEinfuegen, Object value)  
        if (keyEinfuegen == this.key) this.value = value;  
        else if (keyEinfuegen < this.key) {  
            if (this.left == null) this.left = new Node(keyEinfuegen, value);  
            else this.left.insert(keyEinfuegen, value);  
        }  
  
        else {  
            if (this.right == null) this.right = new Node(keyEinfuegen, value);  
            else this.right.insert(keyEinfuegen, value);  
        }  
    }  
}
```

1. Falls $k_{\text{einfuegen}} == k_{\text{akt}}$,
überschreibe den bisherigen Wert.

2. Falls $k_{\text{einfuegen}} < k_{\text{akt}}$,
gehe zum linken Kindknoten:
a. Falls der linke Kindknoten leer ist, füge
dort einen neuen Knoten ein.
b. Ansonsten wiederhole die Suche dort.

3. Falls $k_{\text{einfuegen}} > k_{\text{akt}}$,
gehe zum rechten Kindknoten:
a. Falls der rechte Kindknoten leer ist, füge
dort einen neuen Knoten ein.
b. Ansonsten wiederhole die Suche dort.



Einfügen im binären Suchbaum: Java (II)

```
public class BinTree {  
    ...  
    public void insert(int key, Object value) {  
        if (this.root == null) this.root = new Node(key, value);  
        else this.root.insert(key, value);  
    }  
}
```